

BASIC program görbére illeszkedő polinom
kiszámítására

Tudományos számításoknál olykor szükség van olyan polinomra, mely illeszkedik arra a függvényre, amelyből csak néhány pontot ismerünk.

A mellékelt program egy olyan polinom együtthatóit számítja ki, mely az általunk megadott $(x_i; y_i)$ pontokra pontosan illeszkedik.

Ha $p+1$ adatunk van, akkor az a görbe, mely az összes $(p+1)$ pontot tartalmazza, legalább p -ed fokú polinomot eredményez. A program ennek együtthatóit számítja ki (és néhány speciális esetben ezek megegyeznek az összes pontot tartalmazó egyetlen - alacsonyabb fokszámú - polinómmal is.)

A program a Lagrange-féle interpolációs polinomra alapul. Eszerint minden x_i (ahol $0 < i < p$; egész szám) abszcissza értékhez előállítunk egy olyan p -ed fokú $A_i(x)$ polinomot, melynek két jellemző tulajdonsága:

- 1/ x_i helyen értéke 1
- 2/ minden egyéb x -re a $0 \leq i \leq p$ tartományban 0 értékű.

Az $A_i(x)$ polinomot két lépésben állítjuk elő. Először a (130 - 190 sorok között) $F_i(x)$ polinomot számítjuk ki, ahol

$$F_i(x) = (x-x_0)(x-x_1) \dots (x-x_{i-1})(x-x_{i+1}) \dots (x-x_p)$$

Ez csupán a második tulajdonságot teljesíti, azaz 0 értéket ad $F_i(x)$ -nek (a 220 - 230-as sorban) - az x_i -től különböző helyeken.

Ezután előállítható az $A_i(x)$ függvény (a 200-as sorban) mely már teljesíti az említett két tulajdonságot:

$$A_i(x) = F_i(x) / F_i(x_i \text{-értéknél})$$

```

50  A=A' "ILLESZKEDO POLINOM KISZAMITASA"
100 DIM A(16,15), C(16), H(15), Z(15)
115 INPUT "HANY PONTRA ILLESZTUNK? (0<P<15)";P:F=INT(P)
120 IF P>15 OR P<1 THEN GOTO 115 ' GOSUB 245
125 FOR J=0 TO P
130 GOSUB 235 ' "C(I) NULAZASA"
135 C(0)=1:DL=0
140 FOR N=0 TO P
145 R=N+1
150 IF N=J THEN N=N+1
155 IF N>P THEN GOTO 190
160 S=-N
165 FOR I=1 TO R
170 A(I,J)=S*C(I)+C(I-1)
175 NEXT I
180 A(0,J)=S*C(0)
185 FOR I=0 TO R: C(I)=A(I,J): NEXT I
190 NEXT N
195 GOSUB 220
200 FOR I=0 TO P: A(I,J)=A(I,J)/C(0): NEXT I
205 NEXT J: DL=200
210 GOSUB 275 "EREDMENY KIIRATAS"
215 PRINT "KESZ!": END
220 FOR I=P TO 1 STEP -1
225 C(I-1)=C(I)*J+C(I-1): NEXT I
230 RETURN
235 FOR I=0 TO P+1: C(I)=0: NEXT I
240 RETURN
245 PRINT: PRINT "BEMENO ADATOK": PRINT "=====":PRINT
250 FOR I=0 TO P: PRINT I;
255 INPUT "ABSZCISSZAHOZ TARTOZO 'Y'-ERTEK:"; Z(I)
265 NEXT I
270 RETURN
275 PRINT: PRINT " AZ ILLESZKEDO POLINOM:":PRINT
280 FOR I=0 TO P: H(I)=0: NEXT I
285 FOR J=0 TO P
290 FOR I=0 TO P
295 H(I)=Z(J)*A(I,J)+H(I)
300 NEXT I
305 NEXT J
310 FOR I=P TO 0 STEP -1: PRINT "J(";I;")= ";H(I),: NEXT I
315 RETURN

```

A kívánt függvényhez kiszámítunk egy-egy $A_i(x)$ értéket minden x_i -re, megszorozzuk az Y_i értékkel az x_i -hez tartozó $A_i(x)$ együtthatóit, majd a polinomokat összegezzük. A program ezt a 275 - 315 sorban teljesíti, majd az együtthatókat a csökkenő hatványok sorrendjében kiírja.

A program az $x=0, 1, 2, 3, \dots$ értékhez tartozó adatokat összegezi, de megenged más egyforma egységekre osztott skálázást is. A 160 sor átírásával a program egyenlőtlen közökkel felvett adatokra is alkalmazható.

Az $x_0 - x_p$ pontokon kívüli tartományban a közelítő polinom hibája - a pontok közötti ingadozáshoz képest - általában rohamosan növekszik.

A program HOMELAB-2 (AIRCOMP) számítógépen futott, de minimális átalakítással más készülékekre is alkalmazható. Minthogy a HOMELAB-2 aritmetikájának pontossága a 6 kijelzett számértéknek felel meg, és a polinom előállítás során a legvalószínűbb kerekítési - számítási hibát a szorzás művelete okozza, ez megszabja a beadható pontok számának célszerű határát.

A program maximum 15 pont adatait fogadja, viszont minden pont a szorzás miatt legalább egy nagyságrend növekedést okoz a számítások során, így 6 pont fölött a magasabb kitevőjű együtthatók értékét bizonyos kritikával kell fogadni.

Az eredmények gyorsabb elérése érdekében a számítások idejére a program - a DL értékének megfelelően - lekapcsolja a képmegjelenítést.

Példaként az $Y=x^2-6x+10$ függvény értékeit beadva a program a következő együtthatókat számította ki:

$$J(5) = -1,86265E-8$$

$$J(4) = 2.68221E-7$$

$$J(3) = 0$$

$$J(2) = 1$$

$$J(1) = -6$$

$$J(0) = 10$$

Az Electronic Engineering 1985 februári cikke nyomán

Tolnai Gábor István